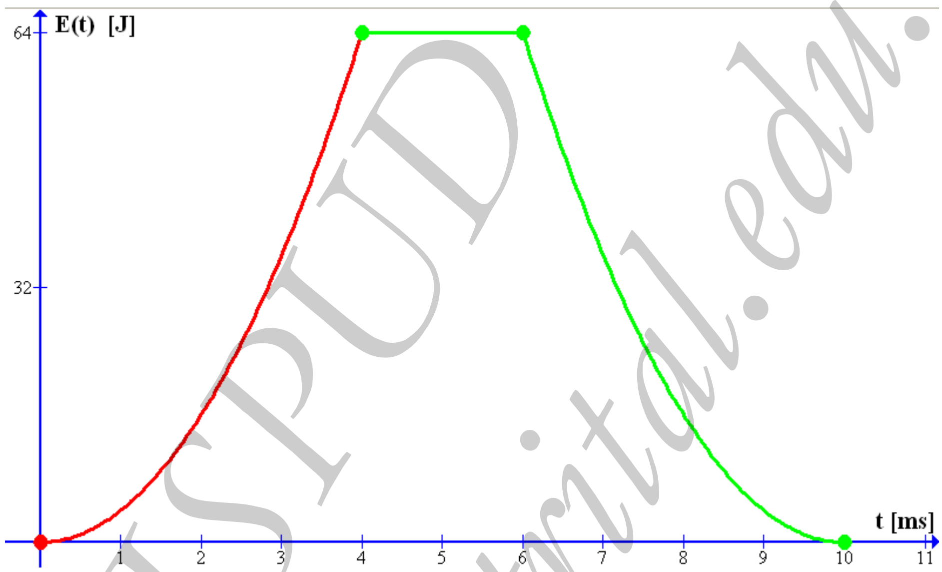
1.5 EJERCICIO A PARTIR DE LA GRAFICA DE ENERGIA

Ejercicio 6. Energía

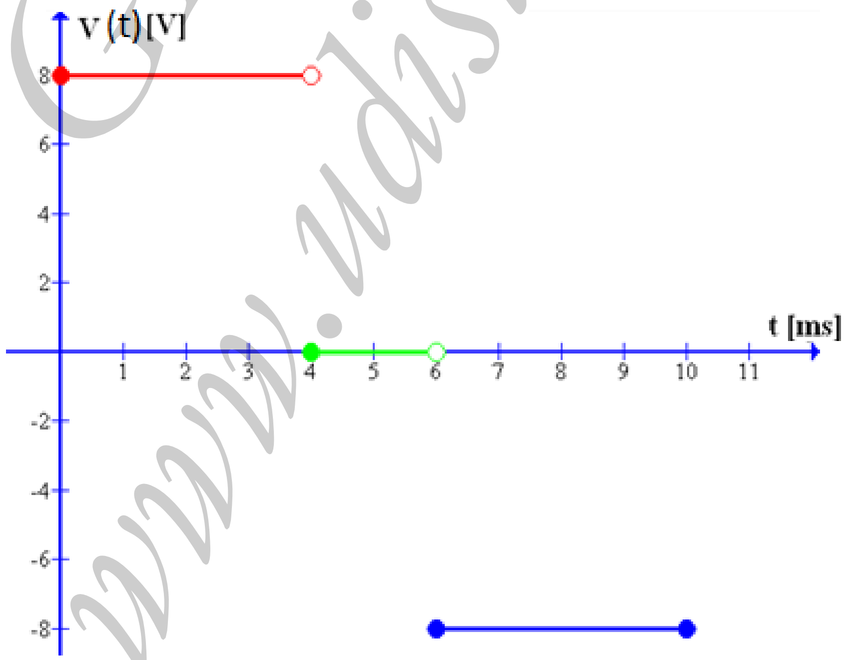
A partir de la grafica energía $E(t)$y tensión V(t) a través del inductor determinar:

a) Potencia consumida en función del tiempo P(t).
b) Corriente consumida en función del tiempo i(t), con $i(t_0)$ = 0 [A]
c) Carga consumida en función de tiempo q(t), con q(t_0) = 0 [c]

Gráfica 20. Energía en funcion del tiempo $E(t)$.



Gráfica 21. Tensión en funcion del tiempo V(t)



Algoritmo de solución

1. Determinar los intervalos de la curva de energía E(t).

Primer intervalo	rojo	$0 \leq t \leq 4 \ [ms]$
Segundo intervalo	verde	$4 \leq t \leq 6 \ [ms]$
Tercer intervalo	azul	$6 \leq t \leq 10 \ [ms]$

2. Determinar la ecuación de energía E (t) para cada uno de los intervalos.

2.1 Primero se observa que el segmento de curva corresponde a una cuadrática sin traslación pero con contracción horizontal.

$$E(t) = \ 4t^2 [J] con\ t\ en\ [ms] 0 \leq t \leq 4 \ [ms]$$

2.2 Para el segundo intervalo tenemos una constante

$$E(t) = \ 64\ [J] \ \ con\ t\ en\ [ms] \qquad 4 \leq t \leq 6 \ [ms]$$

2.3 Para el tercer intervalo vemos que corresponde a una cuadrática trasladada a la derecha sobre el eje X y con contracción horizontal.

$$E(t) = (2t - 20)^2 [J] \quad con\ t\ en\ [ms] \ \ 6 \leq t \leq 10 \ [ms]$$

a) Potencia consumida en función del tiempo P(t):

1. Ahora para determinar la potencia en cada uno de los intervalos se utiliza:

$$P(t) = \frac{d\,E(t)}{dt}$$

1.1Aplicada al primer intervalo:

$$P(t) = \frac{d(4t^2)[J]}{dt} = 8t\ \frac{[J]}{[s]} = 8t\ [W]$$

$$P(t) = 8t\ [W]\ con\ t\ en\ [ms] \ \ 0 \leq t < 4 \ [ms]$$

1.2Aplicando al segundo intervalo:

$$P(t) = \frac{d\ (64[J])}{dt} = 0\ [W]$$

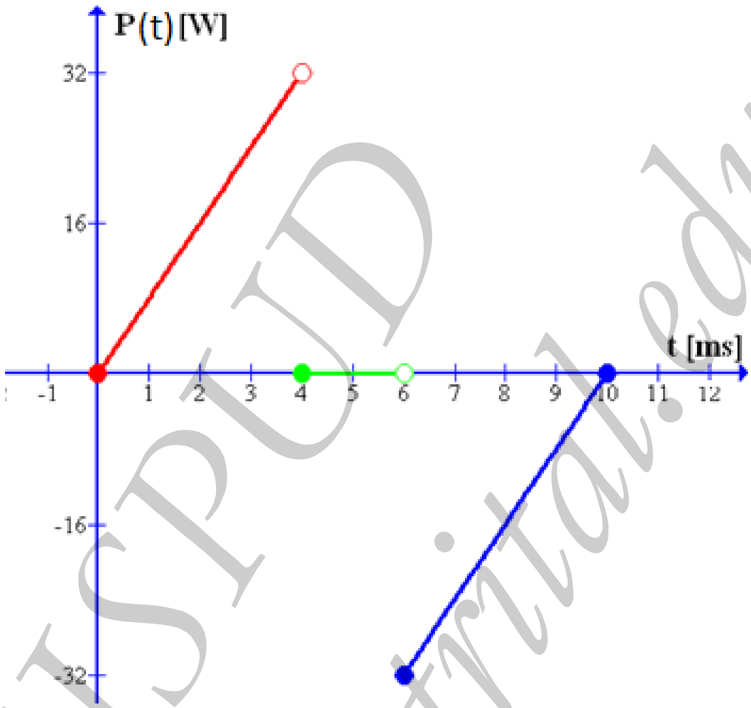
$$P(t) = \ 0\ [W] con\ t\ en\ [ms] \quad 4 \leq t < 6\ [ms]$$

1.3Aplicando al tercer intervalo:

$$P(t) = \frac{d\,(2t-20)^2[J]}{dt} = \frac{d\,(4t^2 - 80\,t + 400)[J]}{dt}$$
$$= \frac{d\,4t^2[J]}{dt} - \frac{d\,(80t)[J]}{dt} + \frac{d\,(400)[J]}{dt}$$

$$P(t) = 8\,t - 80\ [W] \quad con\ t\ en\ [ms] \quad 6 \le t \le 10\ \ [ms]$$

Gráfica 22. Potencia en función del tiempo $P(t)$.



b) Corriente consumida en función del tiempo i(t),

1. Para determinar $i(t)$ sobre el elemento necesitamos las ecuaciones la gráfica de tensión en cada uno de los intervalos.
   a) $V(t) = \ 8[V] \qquad con\ t\ en\ [ms] \quad 0 \le t < 4\ \ [ms]$
   b) $V(t) = \ 0[V] \qquad con\ t\ en\ [ms] \quad 4 \le t < 6\ \ [ms]$
   c) $V(t) = -8[V] \qquad con\ t\ en\ [ms] \quad 6 \le t \le 10\ \ [ms]$

2. Para determinar la corriente $i(t)$ en cada uno de los intervalos se utiliza:

$$i(t) = \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} V(t)dt + i\,(t_0)$$

2.1 Para este primer intervalo se sabe que $i(t_0)$ = 0 [A]

$$i(t) = \frac{1}{8}\int_{0_{[ms]}}^{t} 8[V]dt + 0[A] = \frac{1}{8\left[\frac{V}{A}\right]}(8\,t[V]|_{0ms}^{t}) + 0$$

$$i(t) = t\ [mA] \quad con\ t\ en\ [ms] \quad 0 \le t \le 4\ \ [ms]$$

2.2 Para determinar el comportamiento de la corriente en el segundo intervalo se debe primero calcular la condición inicial $i_{(4ms)}$.

$$i_{(4ms)} = 4[mA]$$

Aplicando:

$$i(t) = \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} V(t)dt + i\,(t_0)$$

$$i(t) = \frac{1}{8}\int_{4_{[ms]}}^{t} 0[V]dt + 4[mA]$$

$$i(t) = 4[mA] \qquad con\ t\ en\ [ms] \qquad 4 \le t \le 6\ \ [ms]$$

2.3 Para determinar el comportamiento de la corriente en el tercer intervalo se debe primero calcular la condición inicial $i_{(6ms)}$.

$$i_{(6ms)} = 4[mA]$$

Aplicando:

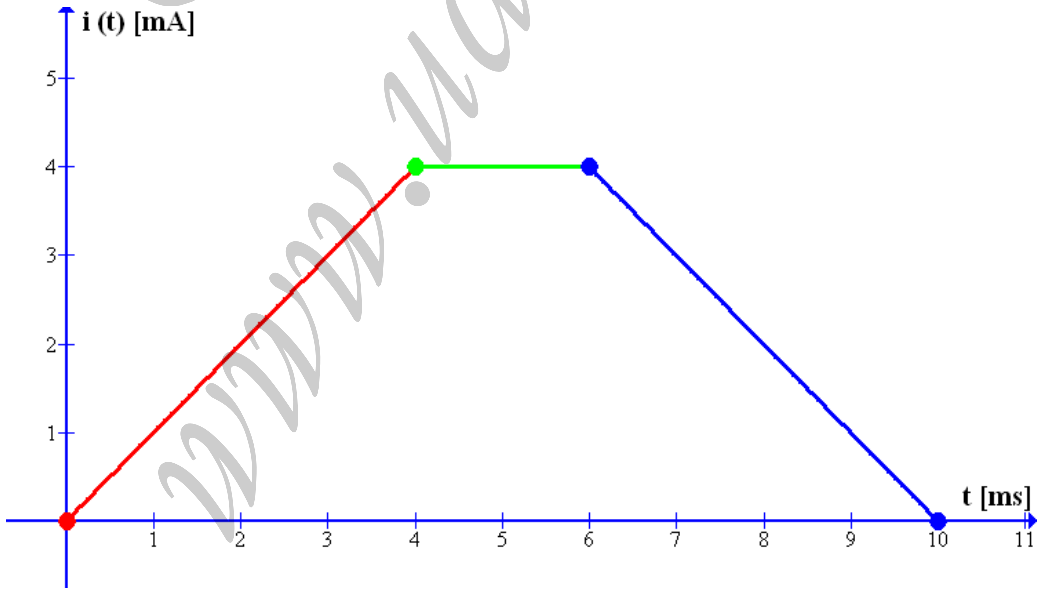
$$i(t) = \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} V(t)dt + i\,(t_0)$$

$$i(t) = \frac{1}{8}\int_{6_{[ms]}}^{t} -8[V]dt + 4[mA] = -\frac{1}{8}(8\,t[V]|_{6ms}^{t}) + 4[mA]$$

$$i(t) = -\frac{1}{8}\left(8\,t - 8(6[ms])\right) + 4[mA]$$

$$i(t) = -t + 10[mA] \qquad con\ t\ en\ [ms] \qquad 6 \le t \le 10\ \ [ms]$$

Gráfica 23. Corriente en función del tiempo $i(t)$.



c) Carga consumida en función de tiempo q(t):

1. Para determinar la carga $q(t)$ en cada uno de los intervalos se utiliza:

$$q(t) = \int_{t_0}^{t} i(t)dt + q\ (t_0)$$

1.1Para este primer intervalo se sabe que $q(t_0)$ = 0 $[C]$

$$q(t) = \int_{0ms}^{t} t\ [mA]dt + 0\ \ \Rightarrow\ \ \frac{1}{2}t^2[mA]|_{0ms}^{t} = \ \frac{1}{2}t^2[mA].[ms] -\ t * 0\ [mA].[ms]$$

$$q(t) = \tfrac{1}{2}t^2[\mu C]\text{con } t \text{ expresada en } [ms] \qquad 0 \leq t \leq 4\ \ [ms]$$

1.2 Para determinar el comportamiento de la corriente en el segundo intervalo se debe primero calcular la condición inicial $q_{(4ms)}$.

$$q_{(4ms)} = \frac{1}{2}(4)^2\ \ =\ \ 8\ [\mu C]$$

$$q(t) = \int_{4ms}^{t} 4[mA]dt\ +\ \ 8\ [\mu C]\ \Rightarrow\ q(t) =\ 4\ [mA]t\ |_{4ms}^{t} + 8\ [\mu C]$$

$$q(t) = 4t[mA].[ms] - 4[mA].4[ms] + 8[\mu C]$$

$$q(t) = 4t - 8[\mu C]\text{con } t \text{ expresada en } [ms] \quad 4 \leq t \leq 6\ \ [ms]$$

1.3 Para determinar el comportamiento de la corriente en el tercer intervalo se debe primero calcular la condición inicial $q_{(6ms)}$.

$$q_{(6ms)} = 4(6) - 8\ [\mu C] = 16[\mu C]$$

$$q(t) = \int_{6ms}^{t} (-t + 10\ [mA])\ dt + 16\ [\mu C]$$

$$q(t) = -\int_{6ms}^{t} t[mA]\ dt + \int_{6ms}^{t} 10[mA]\ dt\ + 16\ [\mu C]$$

$$q(t) = -\frac{1}{2}t^2[mA]|_{6ms}^{t} +\ 10t\ \ |_{6ms}^{t}\ + 16\ [\mu C]$$

$$q(t) = -\frac{1}{2}t^2 - \left(-\frac{1}{2} * (6)^2\right) + 10t - 10 * (6) + 16\ [\mu C]$$

$$q(t) = -\frac{1}{2}t^2 + 18 + 10t - 60 + 16\ [\mu C]$$

$$q(t) = -\frac{1}{2}t^2 + 10t - 26\ [\mu C]\text{con } t \text{ expresada en } [ms] 6 \leq t \leq 10\ \ [ms]$$

Gráfica 24. Carga en función del tiempo $q(t)$.